

Aufgabe 7. Es seien A, B, M und N quadratische Matrizen, A und B reellwertig, M und N komplexwertig.

		Ja	Nein
(i)	Die Abbildung $\exp : \text{End}(\mathbb{R}^n) \rightarrow \text{End}(\mathbb{R}^n)$ bildet schiefsymmetrische Matrizen auf orthogonale ab.		
(ii)	Sind f und g Lösungen der Differentialgleichung $f' = Af$ zu den Anfangswerten $f(0) = x$ und $g(0) = y$, so ist $f - g$ Lösung zum Anfangswert $x - y$.		
(iii)	$\det(\exp([A, B])) = 1$		
(iv)	Ist $MN = NM$, so gilt $\exp(M - N)\exp(N) = \exp(M)$.		
(v)	Ist $N = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, so ist $\exp(N)$ nilpotent.		

Aufgabe 8. Es sei K ein Körper, V und W jeweils K -Vektorräume, sowie $f \in \text{End}(V)$ und $g \in \text{End}(W)$.

		Ja	Nein
(i)	Ist das charakteristische Polynom von f gleich $\chi_f(t) = t^6 - 2t^5 + 3t^4 + 17t^3 + 3t^2 - 2t + 1$, so ist f invertierbar und es gilt $\chi_{f^{-1}}(t) = \chi_f(t)$.		
(ii)	Sind (V, f) und (W, g) zyklisch, so auch $(V \oplus W, f \oplus g)$.		
(iii)	Ist $V = W$ und sind $(V, f), (V, g)$ zyklisch, so auch $(V, f \circ g)$.		
(iv)	Sind f und g invertierbar, so auch $f \otimes g$.		
(v)	Die allgemeine Normalform einer Matrix bestimmt ihr charakteristisches Polynom		

Aufgabe 9. Es sei A eine quadratische, komplexwertige Matrix.

		Ja	Nein
(i)	Gilt $A\bar{A}^t A = A$, so ist A unitär.		
(ii)	Ist A hermitesch, so ist der Imaginärteil $\text{Im}(\text{Spur}(A)) = 0$.		
(iii)	Ist A unitär und hermitesch, so ist A die Einheitsmatrix.		
(iv)	Die Matrix $\begin{pmatrix} i & 1 \\ 1 & -i \end{pmatrix}$ ist hermitesch.		
(v)	Die Matrix $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$ ist unitär.		

Aufgabe 10. Hier kommt die Schlußgerade:

		Ja	Nein
(i)	Für $a, b, c \in \mathbb{R}^3$ gilt $(a \times b) \times c - a \times (b \times c) = b \times (c \times a)$.		
(ii)	Ein längenerhaltender Endomorphismus eines orthogonalen Raumes ist auch winkelerhaltend.		
(iii)	Ein Endomorphismus eines unitären Raumes ist genau dann diagonalisierbar, wenn er normal ist.		
(iv)	Ist $F \in \mathbb{Z}/p\mathbb{Z}[t]$ ein Polynom mit $\deg F > p^2$, so gibt es einen Teiler Q von F mit $1 \leq \deg Q \leq p$.		
(v)	Ist $F \in \mathbb{R}[t]$ ein Polynom mit $\deg F > 4$, so gibt es einen Teiler Q von F mit $1 \leq \deg Q \leq 2$.		